

Roll No. ....

**Y – 421 / Y– 422 / Y– 423 / Y– 424 / Y– 425 / Y– 426 / Y– 427 (S)**  
**B.A. (Third Year) EXAMINATION, (Suppl./Second Chance) Sept.-2021**

**MATHEMATICS**

Paper – I, II & III-A, B, C, D, E

**LINEAR ALGEBRA AND NUMERICAL ANALYSIS/REAL AND  
COMPLEX ANALYSIS/A-STATISTICAL METHODS/B-DISCRETE  
MATHEMATICS/C-MECHANICS/D-MATHEMATICAL MODELLING/  
E-FINANCIAL MATHEMATICS**

*Time : Three Hours*

*Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%*

*Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%*

**नोट-** खण्ड 'अ' तथा 'ब' अनिवार्य हैं। शेष खण्डों में से किसी एक खण्ड को हल कीजिये।

Section A and B are compulsory. Attempt any *one* Section from remaining Sections.

**खण्ड (अ) (Linear Algebra and Numerical Analysis)**

1. सिद्ध कीजिये कि किसी सदिश समष्टि  $V(F)$  की किन्हीं दो उपसमष्टियों का सर्वनिष्ठ भी  $V(F)$  का उपसमष्टि होता है। 13/16

Prove that the intersection of any *two* subspaces of a vector space  $V(F)$  is also a subspace of  $V(F)$ .

2. सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक  $n$ -विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$ ,  $V_n(F)$  के तुल्याकारी होती है। 13/17  
Prove that every  $n$ -dimensional vector space  $V(F)$  is isomorphic to  $V_n(F)$ .

3. किसी आन्तरगुणन समष्टि  $V(F)$  में किन्हीं दो सदिशों  $\alpha, \beta$  के लिये सिद्ध कीजिये कि 14/17

$$|(\alpha, \beta)| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$$

In an inner product space  $V(F)$ , for any *two* vectors  $\alpha, \beta$  prove that

$$|(\alpha, \beta)| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$$

**खण्ड (ब) (Real and Complex Analysis)**

4. माध्य मान प्रमेय लिखो तथा सिद्ध करो। 13/16

State and prove mean value theorem.

5. गामा फलन के अभिसरण की जाँच करो। 13/17

Test the convergence of Gamma function.

6. सिद्ध करो कि परिमेय संख्याओं का समुच्चय क्रम पूर्णतः नहीं होता। 14/17

Show that set of rational number is not order complete.

**P.T.O.**

**खण्ड ( स ) (A-Statistical Methods)**

7. निम्नलिखित बंटन का बहुलक ज्ञात करो— 13/16

वर्ग	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	42-49
बारम्बारता	19	25	36	72	51	43	28

Find mode of following distribution—

Class	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	42-49
Frequency	19	25	36	72	51	43	28

8. यदि  $x$  और  $y$  स्वतन्त्र चर हैं तब सिद्ध करो कि— 13/17

$$E(xy) = E(x)E(y)$$

If  $x$  and  $y$  are independent variable then show that—

$$E(xy) = E(x)E(y)$$

9. प्वायसन बंटन का माध्य तथा प्रसरण ज्ञात करो। 14/17

Find mean and variance of Poisson distribution.

**खण्ड ( द ) (B-Discrete Mathematics)**

10. निम्न बूलिय फलनों को वियोजनीय प्रसामान्य रूप (disjunctive normal form) में लिखिये— 13/16

(i)  $f(x,y,Z) = x.y' + x.Z + x.y$

(ii)  $f(x,y,Z) = (xy' + x.Z)' + x'$

Express the following functions into disjunctive normal form—

(i)  $f(x,y,Z) = x.y' + x.Z + x.y$

(ii)  $f(x,y,Z) = (x.y' + x.Z)' + x'$

11. सिद्ध कीजिये कि N पर “विभाजित करता है” का सम्बन्ध एक अंशतः क्रम सम्बन्ध है। 13/17

Prove that the relation of divisibility is a partial order relation on N.

12. एक आलेख में विषम घात के शीर्ष (विषम शीर्ष) सदैव सम संख्या में होते हैं। सिद्ध कीजिये। 14/17

Prove that the vertices of odd degree (odd vertices) in a graph is always even.

**खण्ड ( य ) (C-Mechanics)**

13. यह साबित करें कि कठोर शरीर के विभिन्न बिन्दुओं पर एक विमान में काम करने वाले बलों की एक प्रणाली को एकल बल या एक जोड़े को कम किया जा सकता है। 13/16

Prove that a system of forces acting in one plane at different points of a rigid body can be reduced to single force, or a couple.

14. इस स्थिति का पता लगाने के लिये कि सीधी रेखा  $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$  बलों की प्रणाली के लिये एक अशक्त रेखा हो सकती है। (X, Y, Z, L, M, N). 13/17

To find the condition that the straight line  $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} - \frac{z-h}{n}$  may be a null line for the system of forces (X, Y, Z, L, M, N).

15. दर्शाते हैं कि S.H.M. आयामी वाले  $a$  और पीरियड  $T$  में केन्द्र से दूरी  $x$  पर वेग  $v$  होता है 14/17

$$v^2 T^2 = 4\pi^2 (a^2 - x^2).$$

Show that in a S.H.M. of amplitude  $a$  and period  $T$ , the velocity  $v$  at a distance  $x$  from the centre is given by the relation

$$v^2 T^2 = 4\pi^2 (a^2 - x^2).$$

### खण्ड ( र ) (D-Mathematical Modelling)

16. मॉडल  $\frac{dN}{dt} = rN$  की रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिये। 13/16

Conduct linear stability analysis of the model  $\frac{dN}{dt} = rN$ .

17. निकाय  $\frac{dx}{dt} = y - x^3$  13/17

$$\frac{dy}{dt} = -x - 3y^3$$

के क्रान्तिक बिन्दु  $(0,0)$  के रैखिक स्थिरता का विश्लेषण करो।

Conduct linear stability analysis of critical point  $(0,0)$  for the system

$$\frac{dx}{dt} = y - x^3$$

$$\frac{dy}{dt} = -x - 3y^3$$

18. लोट्का वोल्ट्रा मॉडल में लिये जाने वाली मूलभूत अवधारणायें लिखिये। 14/17

Write down the assumption taken in the Lotka-Volterra model.

### खण्ड ( ल ) (E-Financial Mathematics)

19. जोखिम सट्टे एवं जुए में अन्तर को समझाइये। 13/16

Explain difference between Risk speculation and Gambling.

20. विविक्त और सतत् चक्रवर्ती वृत्तियों को समझाइये। 13/17

Explain discrete case as well as continuous compounding case.

21. वापसी की आन्तरिक दर की गणना को न्यूटन राफसन विधि से समझाइये। 14/17

Explain Newton Raphson method to calculate Internal rate of return.